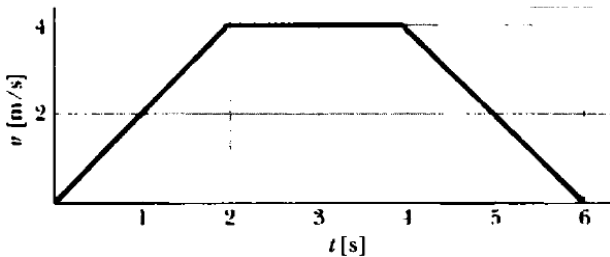


Zestaw 2

Kinematyka punktu materialnego

Wektor położenia, prędkości i przyspieszenia

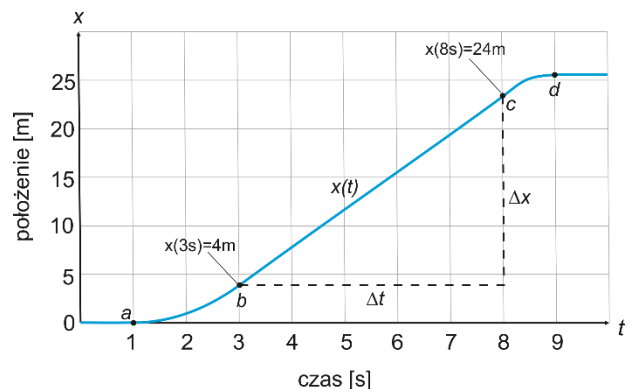
- Położenie cząstki dane jest wzorem $r(t) = 4 - 27t + t^3$, gdzie x jest wyrażone w metrach, a t w sekundach:
 - Znajdź $v(t)$ oraz $a(t)$
 - Oblicz prędkość i przyspieszenie cząstki w chwili $t = 2$ s
 - Oblicz średnią prędkość i średnie przyspieszenie cząstki między 2 s a 4 s jej ruchu.
- Wektor położenia cząstki (w metrach) wynosi początkowo: $r = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$, a w chwili późniejszej $r = -2\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$:
 - Znajdź wektor przemieszczenia cząstki
 - Do jakiej płaszczyzny jest on równoległy?
- Ruch cząstki na płaszczyźnie określony jest wektorem wodzącym: $r = At\hat{i} + (B + Ct^2)\hat{j}$, gdzie: A, B, C – stałe; t – czas.
 - Znajdź składowe wektora prędkości: poziomą V_x i pionową V_y .
 - Znajdź składowe wektora przyspieszenia a .
 - Znajdź wartości wektorów prędkości i przyspieszenia w 3 sekundzie ruchu, jeśli wartości stałych są następujące: $A = 2$ m/s, $B = 1$ m, $C = 0,5$ m/s².
 - Powyższy przykład opisuje złożenie jakich ruchów?
- Cząstka rusza z początku osi x w chwili $t = 0$ i biegnie w dodatnim kierunku tej osi. Wykres zależności prędkości cząstki od czasu przedstawiono na rysunku.



- Ile wynosi współrzędna cząstki w chwili $t = 5$ s?
- Ile wynosi prędkość cząstki w chwili $t = 5$ s?
- Ile wynosi przyspieszenie cząstki w chwili $t = 5$ s?
- Ile wynosi średnia prędkość cząstki w przedziale od $t = 1$ s do $t = 5$ s?
- Ile wynosi średnie przyspieszenie cząstki w przedziale od $t = 1$ s do $t = 5$ s?

- Na rysunku przedstawiono wykres $x(t)$ dla windy, która stała nieruchomo, a następnie zaczęła przemieszczać się w górę i w końcu się zatrzymała.
 - Sporządzić wykres prędkości v windy w funkcji czasu.
 - Sporządzić wykres przyspieszenia windy w funkcji czasu.

Uwaga! Przyjmując, że wzrost i spadek prędkości odpowiednio pomiędzy punktami a i b oraz c i d jest liniowy.

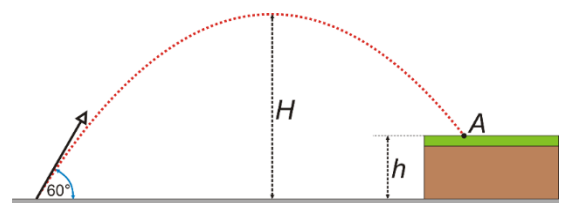


- Położenie punktu materialnego poruszającego się wzdłuż osi x zależy od czasu według równania: $x = \frac{V_{x0}}{k} (1 - e^{-kt})$, gdzie V_{x0} i k są wartościami stałymi. Sporządzić wykres zależności $x(t)$, policzyć $x(t=0)$ i $x(t=\infty)$. Pokazać, że $V_x = V_{x0} e^{-kt}$, a $a_x = -kV_x$.
- Znaleźć prędkość i przyspieszenie w ruchu opisanym równaniami: $x = A \cos(Bt^2)$ oraz $y = A \sin(Bt^2)$, gdzie A i B są stałymi. Znaleźć równanie toru. Jaki to jest ruch?
- Cząstka o prędkości $v_0 = -2\hat{i} + 4\hat{j}$ (w m/s) doznaje w chwili $t = 0$ stałego przyspieszenia \vec{a} o wartości $a = 3$ m/s², które tworzy kąt $\alpha = 120^\circ$ z dodatnim kierunkiem osi x . Wyznaczyć prędkość \vec{v} cząstki w chwili $t = 5$ s; wyrazić ją za pomocą wektorów jednostkowych oraz podając jej długość i kierunek.

9. Kierowca motocykla jadącego z prędkością 30 m/s naciska w pewnej chwili pedał hamulca, wprawiając pojazd w ruch ze stałym przyspieszeniem. Po 3 sekundach po tej chwili prędkość motocykla maleje do 15 m/s. Ile wynosi droga przebyta przez motocykl do chwili jego zatrzymania, licząc od chwili rozpoczęcia hamowania?
10. Zakładając, że przyspieszenie $a(t)$ cząstki poruszającej się wzdłuż osi x jest stałe oraz warunki początkowe wynoszą $v(t=0) = v_0$ i $x(t=0) = x_0$:
- Wyprowadź równania $v(t)$ oraz $x(t)$
 - Oblicz wartości prędkości i położenia w chwili $t = 2$ s, przyjmując, że $v_0 = 1$ m/s, $x_0 = 2$ m i $a = 2$ m/s².
11. Dwa pociągi, jeden o prędkości 90 km/h a drugi o prędkości 120 km/h, jadą naprzeciw siebie po tym samym prostoliniowym torze. Maszyniści zauważają się nawzajem w chwili, gdy jeden pociąg znajduje się w odległości 3 km od drugiego i obaj jednocześnie włączają hamulce. Czy dojdzie do zderzenia pociągów, jeżeli hamulce opóźniają ruch każdego z pociągów o 0,9 m/s²?
12. *Po rzece płynie łódka ze stałą względem wody prędkością V_1 , prostopadłą do kierunku prądu. Woda w rzece płynie wszędzie równoległe do brzegów, ale wartość prędkości zależy od odległości od brzegów i dana jest wzorem $V_2 = V_0 \cdot \sin(\pi y/L)$, gdzie V_0 oraz L (szerokość rzeki) są wielkościami stałymi. Znaleźć:
- wartość wektora prędkości łódki względem nieruchomych brzegów
 - równania ruchu łódki.

Spadek swobodny i rzuty

13. Na budowie spadający swobodnie klucz hydrauliczny uderzył w ziemię z prędkością 20 m/s.
- Na jakiej wysokości wypadł on komuś z ręki?
 - Jak długo spadał?
 - Naszkicuj wykres zależności y , v i a od t dla tego klucza.
14. Chłopiec rzuca z dachu budynku kamień, pionowo w dół, z prędkością początkową o wartości 12 m/s. Dach znajduje się na wysokości 30 m nad ziemią.
- Jak długo będzie leciał kamień, do chwili uderzenia w ziemię?
 - Ile wynosić będzie jego prędkość na końcu lotu?
15. Ania rzuca piłkę do góry i przed złapaniem jej trzy razy klaszcze w dłoń. Z jaką minimalną prędkością musi wyrzucić piłkę, aby zdążyć ją złapać? Na jaką wysokość dotrze piłka? Czas jednego klaśnięcia wynosi 0,5 s.
16. Ciało rzucono z pewnej wysokości z prędkością v_0 w kierunku poziomym. Obliczyć jego prędkość, przyspieszenie styczne i normalne oraz promień krzywizny toru po czasie t . Opory powietrza pominać.
17. Ciało porusza się po paraboli o równaniu $y = y_0 - ax^2$, gdzie y jest wysokością nad podłożem, $y_0 = 20$ m, $a = 5$ 1/m. W którym miejscu i pod jakim kątem uderzy ono w podłoże?
18. Rzucasz piłkę ze skraju urwiska z prędkością początkową o wartości 15 m/s skierowaną pod kątem 20° w dół od poziomu. Wyznacz jej
- przemieszczenie w poziomie
 - przemieszczenie w pionie w ciągu pierwszych 2,3 s lotu.
19. Jak pokazano na rysunku 2 kamień został wrzucony na urwisko na wysokości h , przy czym jego prędkość początkowa miała wartość 40 m/s i była skierowana pod kątem 60° do poziomu. Kamień upadł w punkcie A po 5 s od jego wyrzucenia. Wyznacz:
- Wysokość urwiska h .
 - Wartość prędkości kamienia tuż przed dotarciem do punktu A.
 - Największe wzniesienie kamienia nad ziemię H .



W jakiej odległości od punktu wyrzucenia upadłby kamień, gdyby na jego przeszkodzie nie stało urwisko?

Ruch po okręgu

20. Satelita obiega Ziemię po orbicie kołowej na wysokości 640 km nad powierzchnią Ziemi. Okres obiegu wynosi 90 min. Wyznaczyć:
- Wartość prędkości (liniowej i kątowej).
 - Wartość przyspieszenia dośrodkowego satelity.
21. W czasie ćwiczeń na poziomej wirówce astronauta znajduje się w odległości 5 m od osi obrotu.
- Jaka jest wartość jego prędkości liniowej, jeśli przyspieszenie dośrodkowe ma wartość $7g$?
 - Ile obrotów na minutę musi wykonać wirówka, aby osiągnąć takie przyspieszenia astronauty?
 - Ile wynosi wówczas okres ruchu?
22. Skrzydło małego wentylatora wykonuje 1200 obrotów na minutę, a jego koniec znajduje się w odległości 0,15 m od osi obrotu.
- Jaką drogę przebywa koniec skrzydła w czasie jednego obrotu?
 - Jaka jest wartość prędkości końca skrzydła?
 - Jaka jest wartość przyspieszenia końca skrzydła?
 - Ile wynosi okres obrotu?
23. Po uwiązaniu kamienia na sznurku chłopiec zatacza nim w poziomie okrąg o promieniu 1,5 m na wysokości 2 m nad ziemią. Sznupek pęka, kamień odlatuje w bok i spada na ziemię po przebyciu w poziomie odległości 10 m. Jaka była wartość jego przyspieszenia dośrodkowego, gdy poruszał się po okręgu?
24. W celu przyzwyczajania do pracy w warunkach dużego przyspieszenia, astronauta odbywa trening w specjalnej wirówce. Promień okręgu po którym porusza się wspomniana wirówka wnosi 15 m.
- Z jaką prędkością kątową musi się obracać wirówka, aby astronauta osiągnął przyspieszenie dośrodkowe $11g$?
 - Ile wynosi przyspieszenie styczne astronauty, gdy wirówka rozpędza się ze stałą szybkością, w ciągu 120 s od stanu spoczynku do obrotu z prędkością kątową o wartości obliczonej w punkcie (a)?
25. Jakie jest przyspieszenie dośrodkowe obiektu
- na równiku i
 - na równoleżniku 60° dzięki obrotowi Ziemi?
26. Prędkość kątowna korbowodu samochodu w ciągu 12 s wzrosła z 1200 obr/min do 3000 obr/min. Obliczyć przyspieszenie kątowe przyjmując, że jest ono stałe. Ile obrotów wykonał korbowód w tym czasie?
27. Pociąg porusza się po łuku o promieniu krzywizny $r=400$ m, przy czym jego przyspieszenie styczne wynosi $a_t=0,2$ m/s². Określić przyspieszenie normalne a_n oraz przyspieszenie całkowite a pociągu w chwili, gdy jego prędkość wynosi $V=10$ m/s.
28. Koło o promieniu $r=10$ cm obraca się z takim przyspieszeniem, że liczba jego obrotów wzrasta o $n_0=1/2$ na s. Znaleźć w końcu drugiej sekundy:
- prędkość kątową obrotów koła
 - prędkość liniową punktów na obwodzie koła
 - normalne styczne i pełne przyspieszenie punktów na obwodzie koła.